

福建省“高等代数”与“线性代数”课程建设第二十三此研讨会

情感的数学诠释



吉林大学数学学院 李辉来

2023.12.17

目录

CONTENTS

1. 情感的快乐与痛苦之特征
2. 个体情感数学模型与分析
3. 情感长短期行为关系分析
4. 情感的投入产出比较分析
5. 情感的共识沟通方式分析
6. 群体情感数学模型与简析





1. 情感的快乐与痛苦之特征





快乐和痛苦是什么？

快乐和痛苦是人的情感的两个基本状态。

情感需求：人们希望得到更多的快乐，减少或没有痛苦。

什么是**快乐**？什么是**痛苦**？

快乐和痛苦属于心理学范畴。

按照百度百科的解释，快乐和痛苦是人类的精神感受。





快乐和痛苦是什么？

快乐是一种愉悦，是一种心灵上的满足，是由内而外感受到的一种非常舒服的感觉，使人处于一种开心高兴的状态。

痛苦是一种广泛而不安的人类感受，指人心理感到难过或不愉快而表现出来的一种苦楚状态，也指精神上的折磨疼痛希望的破灭而出现的心理不平衡状态。

身体的痛苦通常称为疼痛。



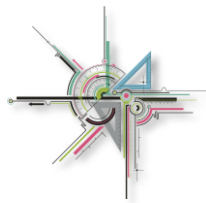


情感的定义



2. 个体情感数学模型与分析





情感的可度量性



快乐/痛苦的**多少**，来自喜欢/痛恨事物的多少。
来自于满足/未满足自己内心需求、愿望的多少。

快乐/痛苦的**大小**，来自所做有愉悦/伤害之事的大小。
来自于需求/伤害强度的大小。



快乐/痛苦的**长短**，来自于经受快乐/痛苦过程的长短，
(一辈子、一阵子、一下子)。

快乐/痛苦的**深浅**，来自事情在自己心中地位的深浅
(爱情、友情、伟大之事等)。





情感的定义

快乐/痛苦的多少，来自喜欢/痛恨事物的多少。

来自于满足/未满足/自己心中需求/欲望的强弱，

本报告把快乐和痛苦

来自于需求/伤害强度的大小

统称为情感！

快乐/痛苦的深浅，来自事情在自己心中地位的深浅

（爱情、友情、伟大之事等）。

深浅

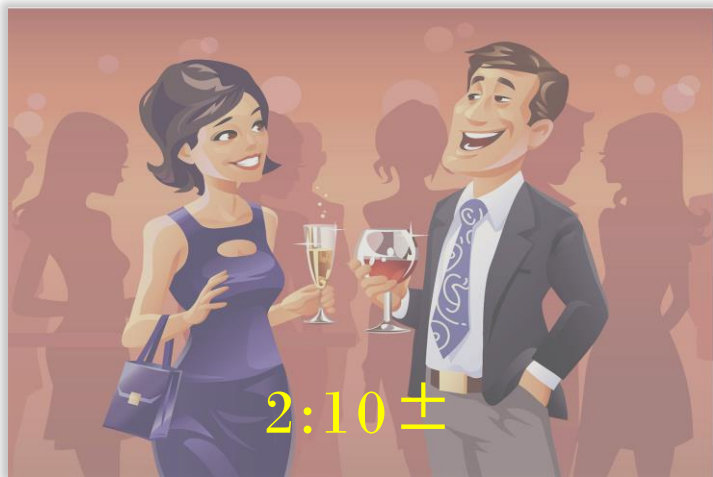


个体情感数学模型与分析

我们从一个例子开始.



你和朋友有个约会，你可以有两种**时间选择方式**



精确时间——8:10

近似时间——8:10左右





个体情感数学模型与分析

精确时间和模糊时间的数学表示：设 n 是到达时间

精确时间 —— 8:10

$$n = 8:10$$

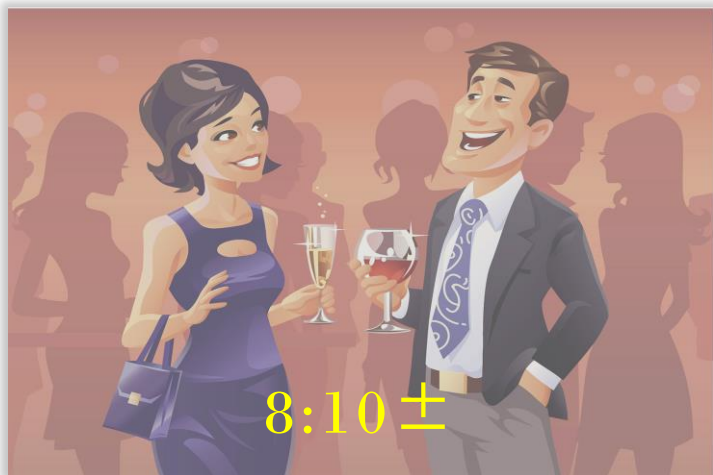
近似时间 —— 8:10 左右

$$|n - 8:10| \leq a$$



$$|n - 8:10| \leq a.$$

统一表达式





个体情感数学模型与分析

设 x 是约定时间， n 是到达时间， a 为允许误差时间，则

$$|n - x| \leq a.$$

我们 a 称为 **容忍度** 或者 **包容度**。

a 依赖多种因素：

$$a = a(x, x_1, x_2, \dots, x_k),$$

其中 x_1, x_2, \dots, x_k 和 x 可以是时间、地点、收入、

伤痛、精神、情绪、活动、观念、**没有原因**...



$a = 0$ ，零容忍。



$a > 0$ ，常态容忍。



$a = +\infty$ ，极度容忍。

溺宠放纵/漠不关心/**毫无关系**



个体情感数学模型与分析

现在定义**情感距离**。

数学或者物理上，距离指两个物体在空间或时间上相隔或间隔的长度。

这里，我们把两人之间**感情、认知、观念**……等方面的**差距**也称为**距离**。

利用数学的记法，用 **d** 来表示人与人之间某种物质的或精神的之间的差距。

定义 1

设 a 和 d 是你与他人之间同一属性的包容度和距离。定义你的快乐指数为

$$k = \frac{a}{d}$$

快乐值为 $|k| = k$ 。显然**快乐值大小与包容度成正比**，与**距离成反比**。





个体情感数学模型与分析

$a = 0$, 则 $k = 0$, 没有快乐可言!

$$k = \frac{a}{d}$$

$a > 0$, 则 $k > 0$, 你将获得快乐!

$d > 0$, 则 $k > 0$, 你将获得快乐!

$d \rightarrow \infty$, 则 $k = 0$, 无关即无快乐!

$d \rightarrow 0$, 则 $k \rightarrow \infty$? 真有极乐世界?

$a \rightarrow \infty$, 则 $k \rightarrow \infty$? 真有极乐世界?





个体情感数学模型与分析

实际上，痛苦和快乐是相对的、是伴生的、是并存的。

我们将定义1进行扩充：

定义 2

当 $a < 0$, $|a| = -a$ 定义为他人给予你的伤害度，你的痛苦指数为

$$k = \frac{a}{d}$$

痛苦值为 $|k| = -k$. 显然痛苦值大小与伤害度成正比，与距离成反比。





个体情感数学模型与分析

将定义1和定义2进行合并：

定义 3

【情感指数和情感值】定义个人情感指数为

$$k = \frac{a}{d}$$

$|a|$ 称为情感度.

当 $a > 0$, a 称为包容度, $k > 0$ 称为快乐指数;

当 $a = 0$, a 称为平淡度, $k = 0$ 称为平淡指数;

当 $a < 0$, $-a$ 称为伤害度, $k < 0$ 称为痛苦指数.

$|k|$ 称为情感值. $k > 0$ 时 $|k|$ 称为快乐值, $k < 0$ 时 $|k|$ 称为痛苦值.





个体情感数学模型与分析

情感度 a 和距离 d 并不是独立的，它们有着千丝万缕的联系。

当两个人之间的某种属性发生变化时， a 和 d 会呈现同一趋势的状态。

例 1

男女之间从同学/同事/朋友发展到情人/恋人/夫妻时，双方从情感上的距离发生了变化，情感的内容变得丰富了，情感的距离变“小”了 ($d \downarrow$)。与此同时，由于情感所具有的从属关系 (排他性、占有性)，使得对对方的要求也高了，包容度随之下降 ($a \downarrow 0$)，情感指数 $k = \frac{a}{d}$ 的变化呈现出这样一种状态：

$$k = \lim_{a, d \rightarrow 0} \frac{a}{d}$$





个体情感数学模型与分析

例 2

男女之间从情人/恋人/夫妻反目成仇时，双方从情感上的距离发生了变化，情感的内容变得稀少了，情感的距离变“大”了($d \uparrow$)。彼此对对方变得漠不关心了，这就意味着“包容度”也变大了($a \uparrow$)。

例 3

一个你“不知道”的人，你和ta之间的包容/伤害度和距离都是 ∞ 。

此时情感指数 $k = \frac{a}{d}$ 的变化都呈现出这样一种状态：

$$k = \lim_{a, d \rightarrow \infty} \frac{a}{d}$$





个体情感数学模型与分析

我们可以针对不同情况进行分类讨论：

情形 2.1： $d \rightarrow 0$. 亲密关系. 此时有 $a \rightarrow 0$.

情形 2.2： $d \geq d_0 > 0$. 距离可控：朋友/同事/同学/师生……关系.

情形 2.3： $|a| \leq a_0$. 情感度有限：各种关系.

情形 2.4： $a \rightarrow \infty$, 溺宠放纵？漠不关心？

情形 2.5： $d, a \rightarrow \infty$ 向 $d, a \rightarrow 0$ 的转换. 无关 \rightarrow 有关.



情形2.1: $d \rightarrow 0$. 亲密关系. 此时有 $a \rightarrow 0$.

由例1知道, 此时有 $a \rightarrow 0$, k 的发展状态为 $\lim_{a \rightarrow 0, d \rightarrow 0} \frac{a}{d}$. 此式在数学上

称为“不定式”, 或者“未定式”, 或者“未定型”. 这说明此时的快乐值呈现出不确定状态. 微积分告诉我们, 上述极限有可能存在, 有可能不存在. 于是, 我们有

定理 2.1

对于关系亲密者, 如果你实行**0容忍**, 你所获得的快乐是不确定的.
因此, 你难以把握快乐!

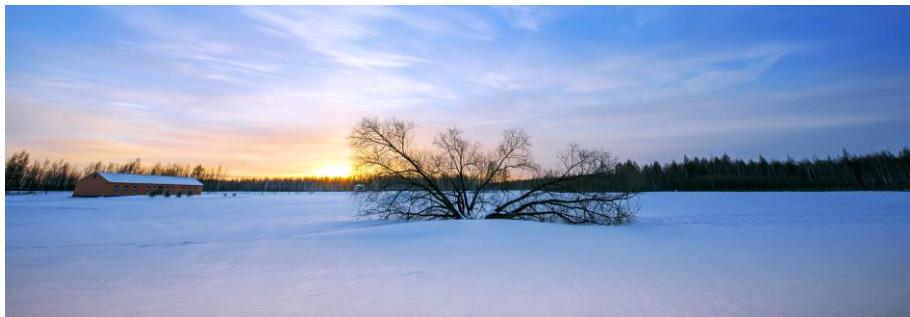


情形 2.2: $d \geq d_0 > 0$. 保持距离: 朋友/同事/同学/师生..... 关系.

此时有 $|k| \leq \frac{|a|}{d_0}$.

定理 2.2

1. 只要包容足够大 ($a \gg 1$), 快乐就可足够多!
2. 只要受到的伤害足够强 ($a \ll -1$), 痛苦就会足够大!
3. 因为保持了适当的距离, 快乐值和痛苦值都是可控的.



情形2.2: $d \geq d_0 > 0$. 保持距离: 朋友/同事/同学/师生..... 关系.

$$\text{此时有 } |k| \leq \frac{|a|}{d_0}.$$

定理 2.3

1. 尊重对方的隐私权: $d \geq d_0 > 0$, 对方伤害度 $|a| \downarrow \Rightarrow$ 能减小或免受伤害.
2. 增大包容度 $|a| \uparrow$, 你会获得更多的快乐.
3. 与朋友, 尤其是与异性朋友保持好距离, 坚持住底线: $d \geq d_0 > 0$, 你将一直能把握住快乐. 否则, 逾越底线, 超越朋友关系: $d \rightarrow 0$, 你将面临无法控制和把握的“快乐不确定性”时代的到来! (情形2.1)



情形2.3: $|a| \leq a_0$. 情感度有限: 各种关系.

此时有 $|k| \leq \frac{a_0}{d}$. $a > 0$ 包容.

定理 2.4

1. 由于包容度是有限的, 或者说, 忍耐力是有限度的, 因此, 寻求与对方在思想、观念、兴趣、爱好、方式等方面尽量达成比较一致, 自然就能使得双方的差距越来越小 ($d \ll 1$), 从而快乐的上限也就越来越大, 获得的快乐也就越来越多!
2. a_0 实际上包容度的最大值, 也就是所谓的“逆鳞”. 不断提高逆鳞值, 会增加快乐的程度. 否则, 逆鳞值 a_0 越来越小, 快乐也越来越少.



情形2.3: $|a| \leq a_0$. 情感度有限: 各种关系.

此时有 $|k| \leq \frac{-a_0}{d}$. $a < 0$ 伤害.

女: 两朵孤单的魂

会心的眼神

你我的苦 竟是如此吻合

由于伤害度是有限的, 故伤害值与两人之间的感情的沦落人

因此, 关系越远的人, 伤害力越小, 相遇在这伤感的城

合: 我最深爱的人 伤我却是最深

女:

我们不禁想起张雨生、张惠妹的

离快乐你的人越近越好
《取爱》

男:

合: 我最深爱的人 伤我却是最深

.....

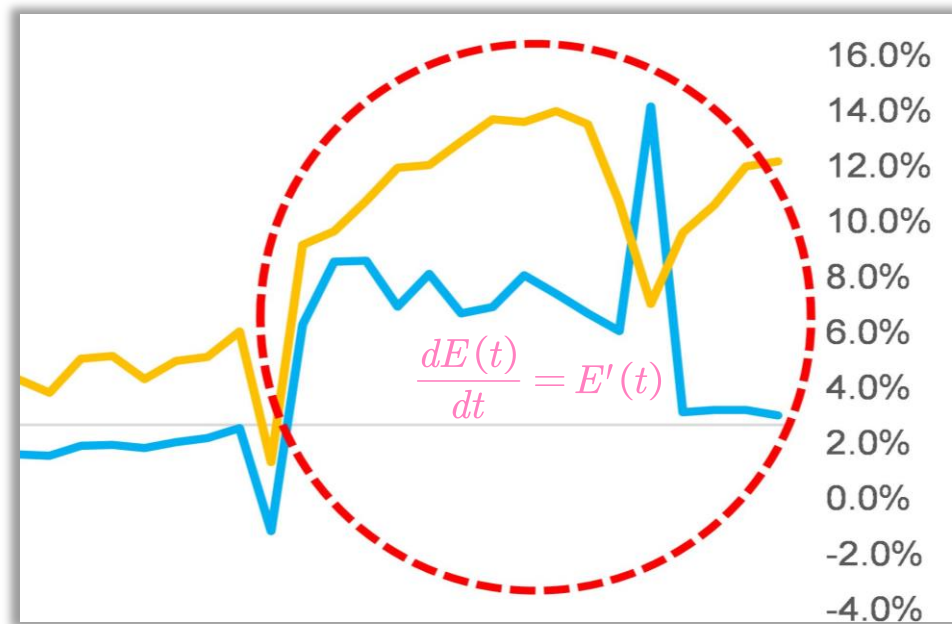
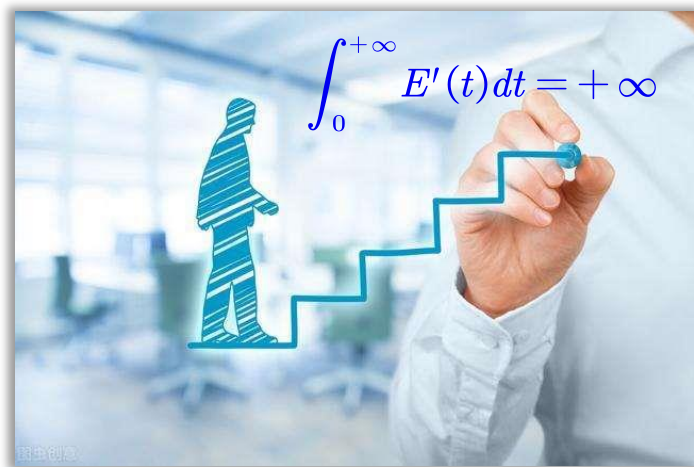




善待好友 远离伤害

拒绝小人 以德报怨





3. 情感长短期行为关系分析





情感长短期行为关系分析

前面的讨论我们知道，情感值有两种特殊情况

$$k = \lim_{a, d \rightarrow 0} \frac{a}{d}, \quad k = \lim_{a, d \rightarrow \infty} \frac{a}{d}.$$

对于这些“不定式”，微积分有一个著名的计算方法，叫做

L'Hôpital法则：若 $\lim_{a, d \rightarrow 0/\infty} \frac{a'}{d'}$ 存在，则 $\lim_{a, d \rightarrow 0/\infty} \frac{a}{d}$ 也存在，且

$$k = \lim_{a, d \rightarrow 0/\infty} \frac{a}{d} = \lim_{a, d \rightarrow 0/\infty} \frac{a'}{d'}.$$





情感长短期行为关系分析

从数学意义上来说

a' 表示情感 a 的变化率，即1个单位内情感度变化的大小。

d' 表示距离 d 的变化率，即1个单位内距离变化的大小。

短期

$\lim_{a,d \rightarrow 0} \frac{a'}{d'}$ 表示短期情感的发展状态。

$$\lim_{a,d \rightarrow 0/\infty} \left(\frac{a}{d} \right) = \lim_{a,d \rightarrow 0/\infty} \left(\frac{a'}{d'} \right)$$

$\lim_{a,d \rightarrow 0} \frac{a}{d}$ 表示长期情感的发展状态。

长期情感值 短期情感值

平常所得到的快乐/痛苦，必然反映出长期的快乐/痛苦。





情感长短期行为关系分析

Stoltz定理更能直观地说明这个道理：

长期情感值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{d_n}$ = $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - a_{n-1}}{d_n - d_{n-1}}$ 短期情感值

显然

长期状态 $a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1) + a_1$ 初始状态

$d_n = (d_n - d_{n-1}) + (d_{n-1} - d_{n-2}) + \dots + (d_2 - d_1) + d_1$

短期状态

“越来越好”，“变本加厉”说的是一种单调性，因此，Stoltz定理是适用的。





情感长短期行为关系分析

根据极限定义，存在时刻 N ，有

$$\frac{a_n}{d_n} \approx \frac{a_{n+1} - a_n}{d_{n+1} - d_n}, n \geq N.$$

因此，

★定理 2.6

长期情感值只与**持续**的短期情感值**相等**，
与**初始情感值**和**某阶段情感值**无关。



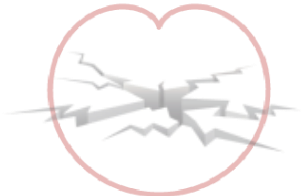


情感长短期行为关系分析

总想着过去 ($n < N$), 就永远过不去!

$$\frac{a_n}{d_n} \approx \frac{a_{n+1} - a_n}{d_{n+1} - d_n}, n \geq N.$$

每个小阶段的情感值决定了长期情感值, 而开始状态并不重要.



$$r = a(1 - \sin\theta)$$

不要在意情感是从什么时候、以什么方式、以什么缘由

开始的 (可以令 $a_1 = d_1 = 0$), 當初我瞎了眼, 找了你!

也不要在意对方的过去和历史是如何的,

只要决定开始之后 ($n > N$),

表现好每一天每一时每一刻每一事 (一贯性),

则是至关重要的.



$$(x^2 + y^2 - 1)^3 = x^2 y^3$$

$$x(t) = \sqrt{2\sqrt{t^2} - t^2}$$

$$y(t) = -2.14\sqrt{\sqrt{2} - \sqrt{|t|}}$$

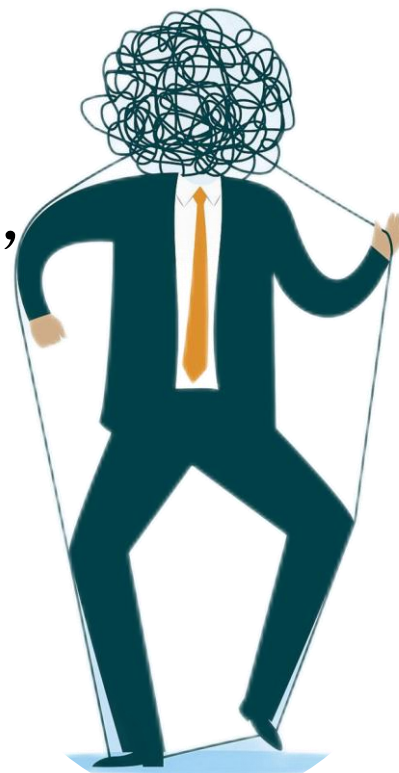




情感长短期行为关系分析

【忠告】

有些人，在遇到争论时，不断“翻小肠”，不断“翻旧账”，斤斤计较，不以发展的眼光看问题，不看重长期效果，用“个别事件”取代“发展历程”，要求过分，过分要求，阻碍了快乐的发展，拒绝了快乐的到来。



绝不是

相交之道
相处之路



情感长短期行为关系分析

【忠告】

就事论事，心平气和，分析原因，弥合分歧
明确规矩，缩小距离，扩大包容，增加谅解

以微分的态度看待问题抓主要，略细节

以积分的观点关注积累看成效，增能量

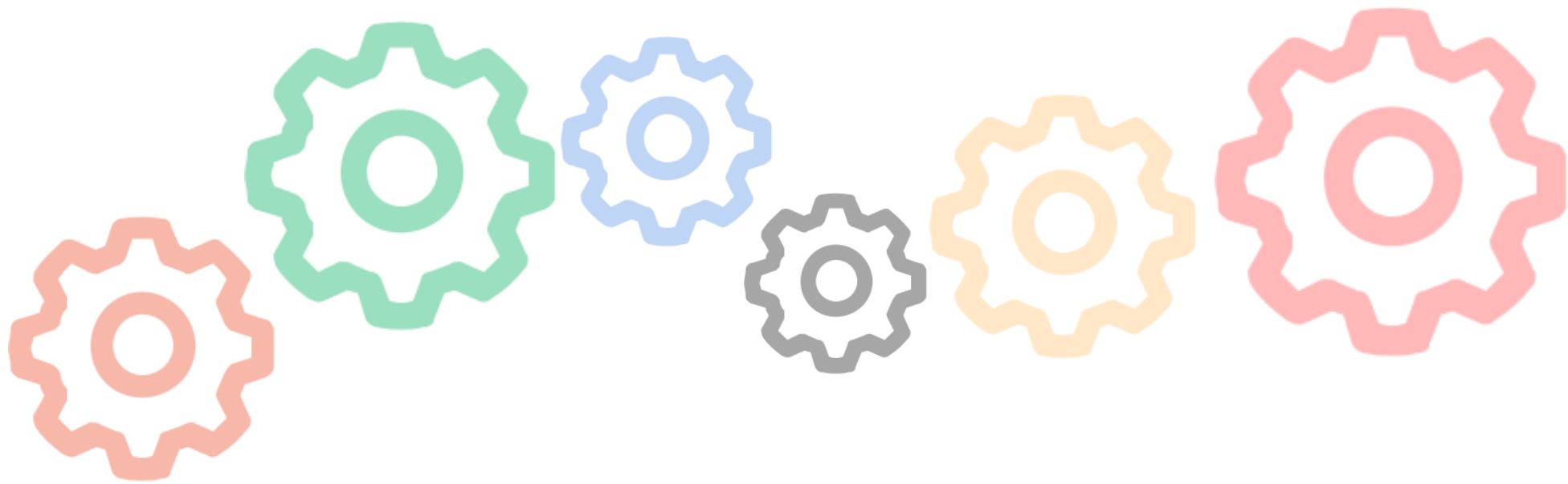
记住：两人相处的是现在，更是未来，而不是过去！



这才是

快乐之源 幸福之泉





4. 情感的投入产出比较分析





情感的投入产出比较分析

快乐分析

假设 a 和 d 都可导，那么，快乐值的变化率为 $|k'| = \frac{|a'|}{d} - \frac{|a|d'}{d^2}$.

情形 4.1: $a > 0$ 快乐分析, d 变小 $d' < 0$. $|k'| = \frac{a'}{d} + \frac{a|d'|}{d^2}$.

收获 $>$ 付出

定理 3.1

1. $|k'|$ 与 a' 和 $|d'|$ 正相关, 增加包容度 ($a' > 0$) 或减少距离 ($d' < 0$) 都能增加快乐.
2. $k' > \frac{1}{d} a'$. 只要距离足够小, 快乐的增量大于包容度的增量 ($a' > 0$)!
3. 即使包容度不变 ($a' = 0$), $|k'| = \frac{a}{d^2} |d'|$, 只要距离足够小, 快乐的增量大于距离的减量 ($d' < 0$).



情感的投入产出比较分析

快乐分析

情形 4.1: $a > 0$ 快乐分析, d 变大 $d' > 0$. $|k'| = \frac{a'}{d} - \frac{a|d'|}{d^2}$.

收获 < 付出

定理 3.2

- $|k'|$ 与 a' 正相关, 与 d' 负相关, 增大包容度 ($a' > 0$) 增加快乐, 增大距离 ($d' > 0$) 减少快乐.
- $|k'| < \frac{a'}{d}$. 只要距离足够大, 快乐的增量小于包容度的增量 ($|k'| < a'$).
- 如果包容度减小 ($a' \leq 0$), 则 $|k'| = -\frac{|a'|}{d} - \frac{a|d'|}{d^2}$ 为负值. 快乐必定减少!

距离的增大通常会使得包容度减小!





情感的投入产出比较分析

痛苦分析

$|a|$: 伤害度

情形 4.2: $a < 0$ 痛苦分析, d 变小 $d' < 0$. $|k|' = \left(\frac{|a|}{d}\right)' = \frac{|a|'}{d} + \frac{|a||d'|}{d^2}$

收获 > 付出

定理 3.3

- $|k|'$ 与 $|a|'$ 和 $|d'|$ 正相关, 增加伤害度 ($|a|' > 0$) 或减少距离 ($d' < 0, |d'| \uparrow$) 都能增加痛苦.
- $|k|' > \frac{|a|'}{d}$. 只要距离足够小, 痛苦的增量大于伤害度的增量 ($|a|' > 0$)!
最近的人伤人最深
- 即使伤害度不变 ($|a|' = 0$), $|k|' = \frac{|a|}{d^2} |d'|$, 只要距离足够小, 痛苦的增量大于距离的增量 ($d' > 0$).





情感的投入产出比较分析

痛苦分析

情形 4.2: $a < 0$ 痛苦分析, d 变大 $d' > 0$. $|k'| = \left(\frac{|a|}{d}\right)' = \frac{|a'|}{d} - \frac{|a|d'}{d^2}$

收获 < 付出

定理 3.4

1. $|k'|$ 与 $|a'|$ 正相关, 与 d' 负相关, 增大伤害度 ($|a'| > 0$) 增加痛苦, 增大距离 ($d' > 0$) 减少痛苦.
2. $|k'| < \frac{|a'|}{d}$. 只要距离足够大, 痛苦的增量小于伤害度的增量 ($|k'| < |a'|$).
3. 即使伤害度不变 ($a' = 0$), 则 $|k'| = -\frac{|a|d'}{d^2}$ 为负值. 距离变大 ($d' > 0$), 痛苦必定减少!



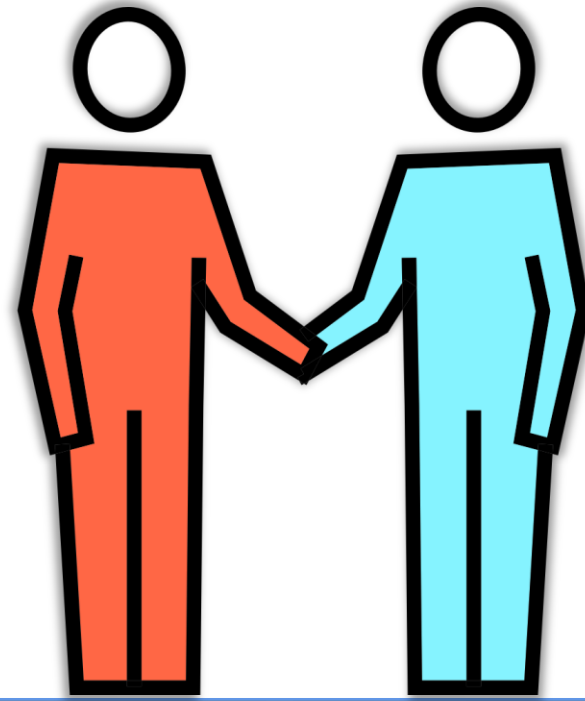


情感长短期行为关系分析

为爱你的人多爱点 超值

为伤你的人撤远点 止损





5. 情感的共识沟通方式分析





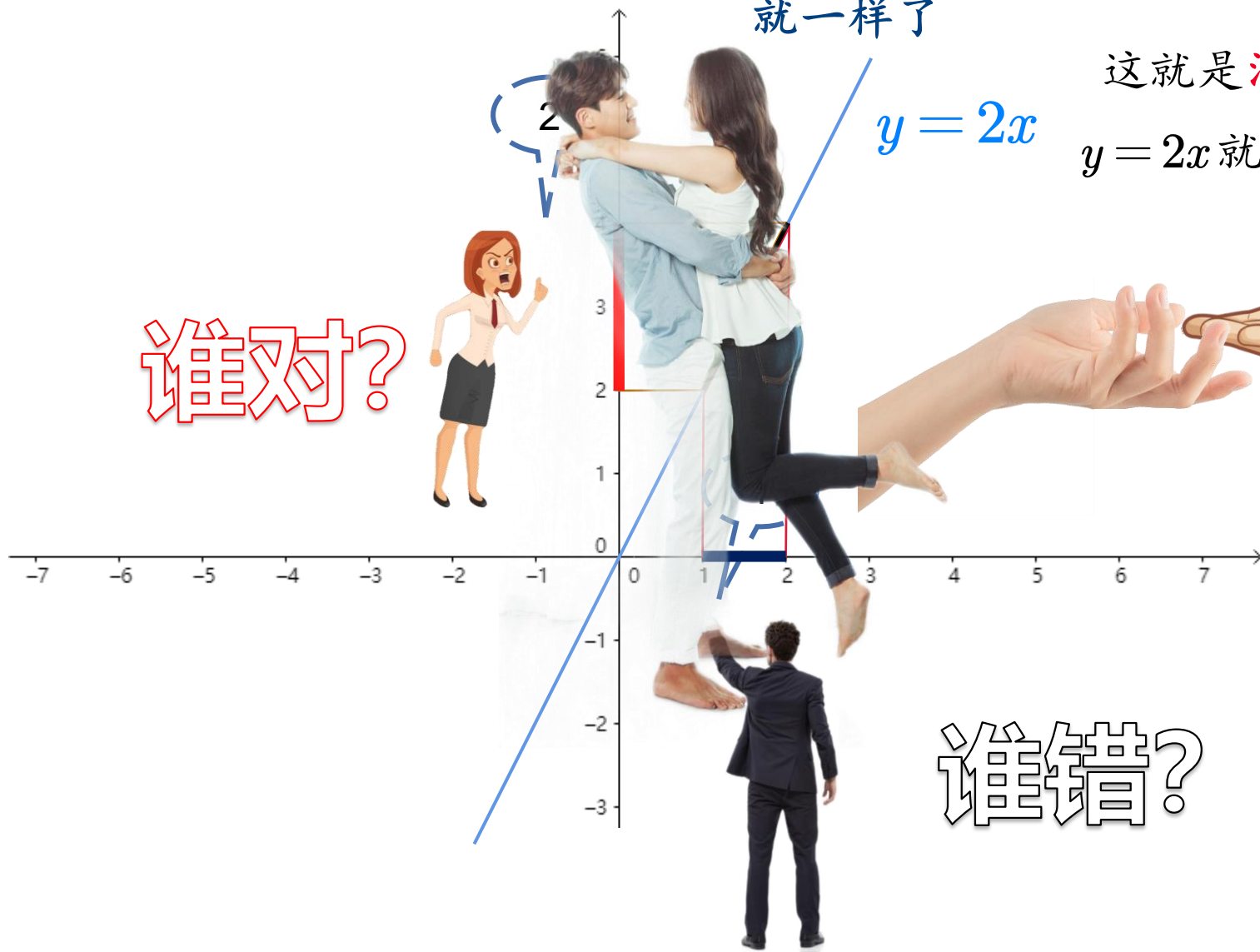
情感的共识沟通方式分析

站在直线
 $y = 2x$ 上看，
就一样了

【例5.1】

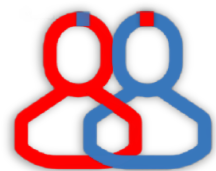
这就是**沟通**：
 $y = 2x$ 就是**观点**

谁对？



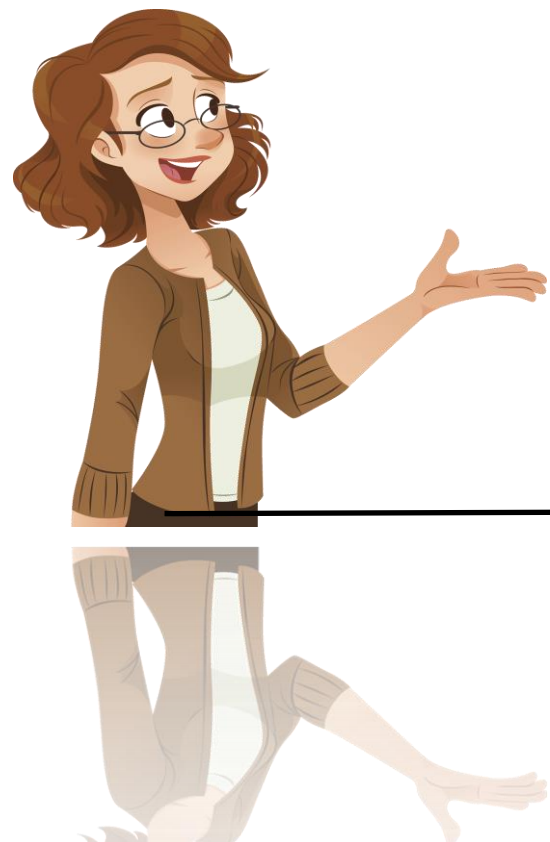
谁错？



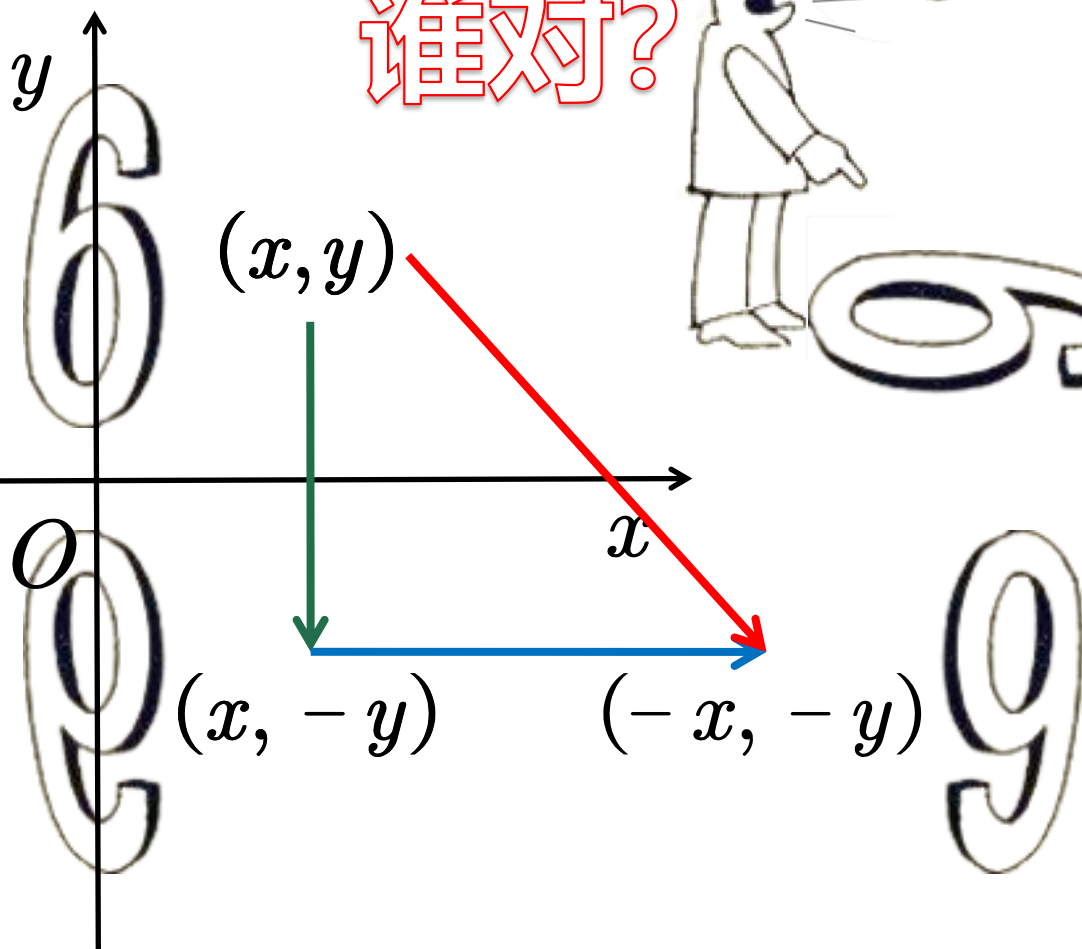


情感的共识沟通方式分析

6和9能够看成一样吗？



【例5.2】



谁对？



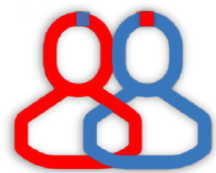
谁错？



情感的共识沟通方式分析

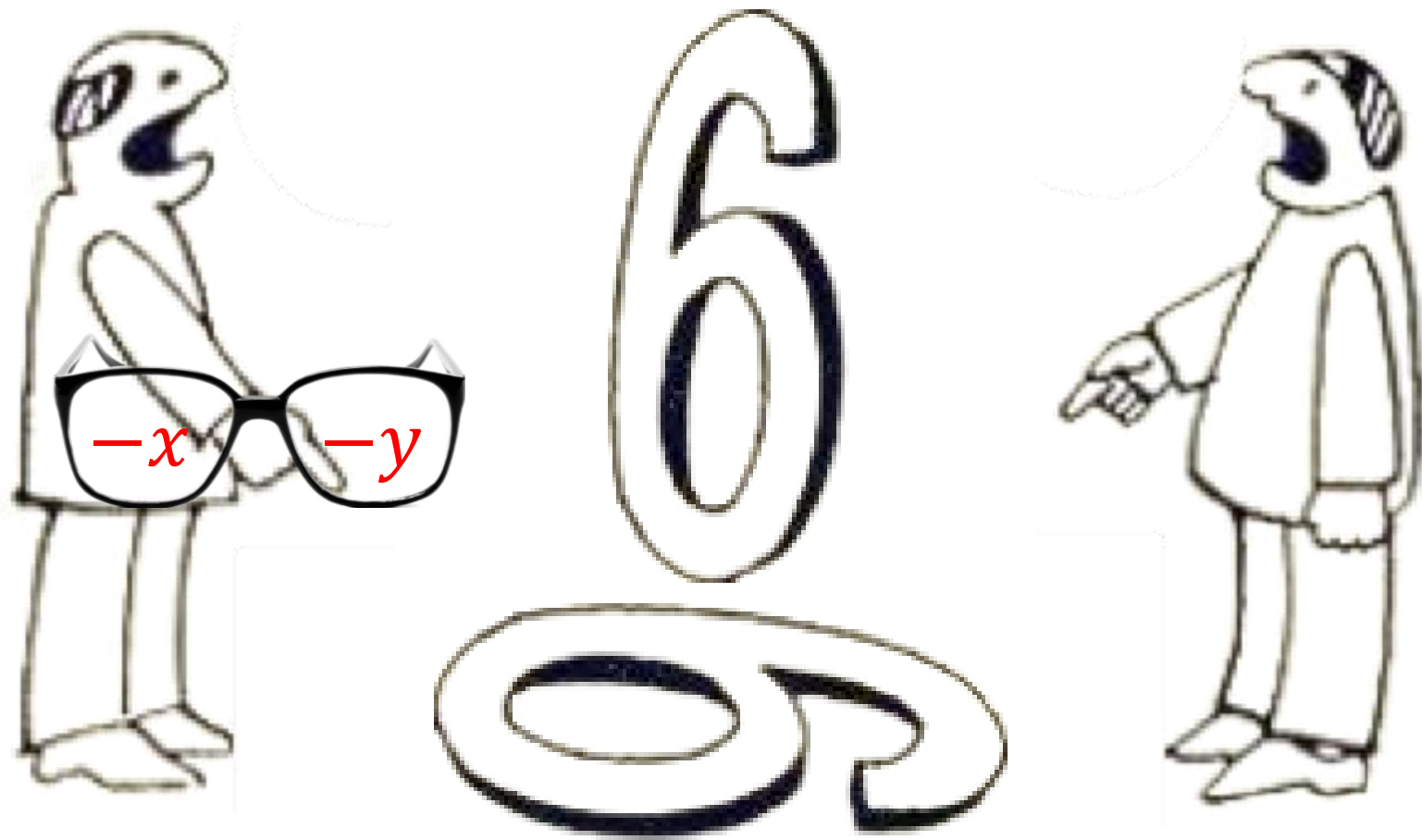
【例5.3】





情感的共识沟通方式分析

【例5.2】





情感的共识沟通方式分析

例5.2的沟通方式是什么呢？

代数能够帮助我们
实现很好的“沟通”

沟通方式就是：

代数的矩阵运算实现了几何的图形变换

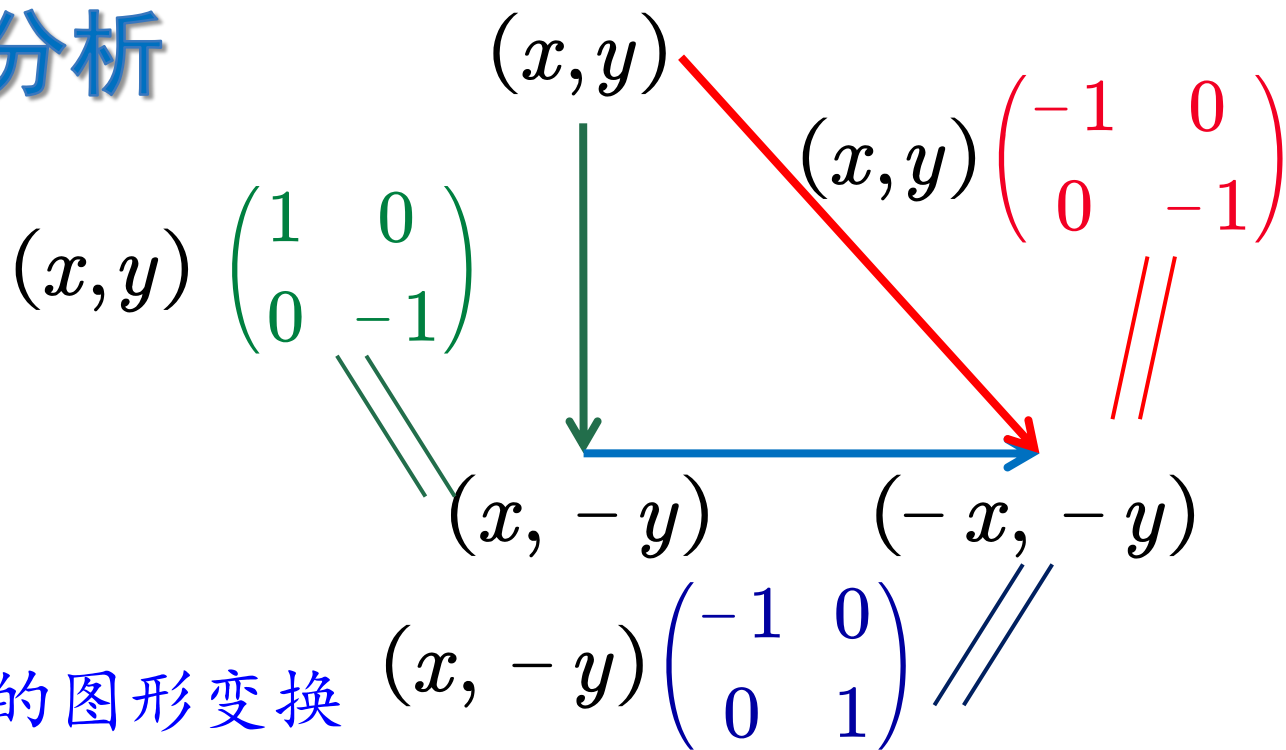
$$(x, y) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (x, y) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = (-x, -y).$$

第一次
沟通

第二次
沟通

沟通方式

沟通效果





情感的共识沟通方式分析

数学上，把1-1映射看成是一个事物的两个方面，

本质上就是换个角度看问题

最简单的关系是线性关系

设 A 是 n 阶矩阵，如果 $\det A \neq 0$ ，

那么 $y = Ax$ 下， x ， y 是“一样的”。

好比是通过“眼镜 A ”看 x ，样子就是 y 。

哈哈镜就是最好的例证！



可以还原滴



是不是有点
平行宇宙的味道？



情感的共识沟通方式分析

实际上，哈哈镜是一个适合人类发笑的曲面！
商店里的试衣镜是一个凹面镜，显得人修长！

凹面镜的反射面朝向曲率中心。

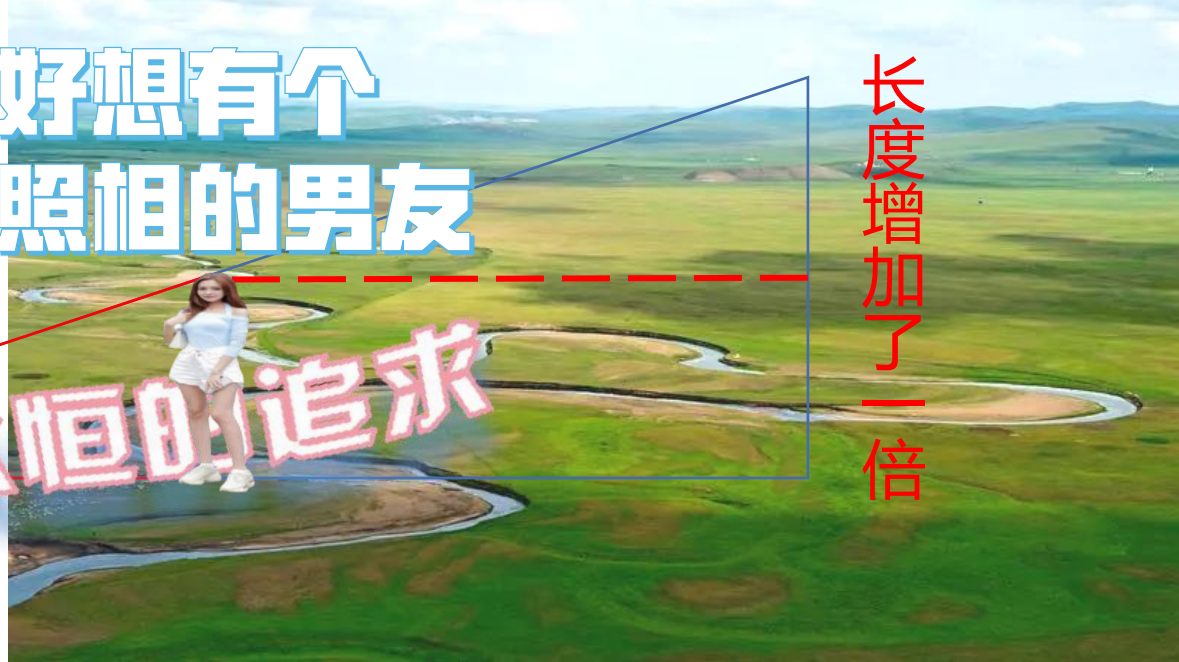
仿射变换也是调整身长的一个方法！

好想有个
会照相的男友

大长腿
修长身

长度增加了一倍

女士们永恒的追求





情感的共识沟通方式分析

进一步的代数分析：设沟通方式为矩阵 A ：原始信息（问题）为 X ，那么，你给予对方（或相反）的结果是 Y ： $Y = AX$ 。

X ——真相， Y ：表象

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{原原本本告诉了真相}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{夸大 } x_1 \text{ 告诉了真相}$$





情感的共识沟通方式分析

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

隐瞒了 x_1 ，这是说谎，是降维打击

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

用 x_1 的反面告诉了真相

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

用 x_1 混合了 x_2 的反面，告诉了真相。





情感的共识沟通方式分析

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

告诉了真相，是真话，
完全混淆了

$$A = \begin{pmatrix} 18 & -21 & -5 \\ \sqrt{3} & 1 & -1 \\ e & -\pi & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

把 x 加密成故事，看到的是 y .





情感的共识沟通方式分析

感谢代数

非奇异矩阵(1-1映射)分解为有限多个初等矩阵(简单1-1映射)的乘积!
定理4.1

任何有限因素的复杂问题都可经由有限多次简单办法得到解决!

例5.2中的情况就是



	方案I	方案II
	方案分解	方案分解
$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
解决方案	解决步骤 解决步骤	解决步骤 解决步骤





情感的共识沟通方式分析

数学上来说，就是把你的(对方)观点转化为一个1-1映射 $Y = \Phi(X)$ ，然后耐心地、细致地、巧妙地、煽情地让对方(自己)理解，你们的沟通就一定能够交流顺畅，就一定能够达成共识！

一般说来，情感中的交流方式 $Y = \Phi(X)$ 是非线性的。我们可利用Taylor公式进行“线性化”处理

$$Y \approx AX + \Phi_0, A = \Phi'(X_0) \text{ 是一个非奇异矩阵.}$$

$$\text{再设计沟通方案: } A = P_1 P_2 \cdots P_k.$$





情感的共识沟通方式分析

以上的例子表明，

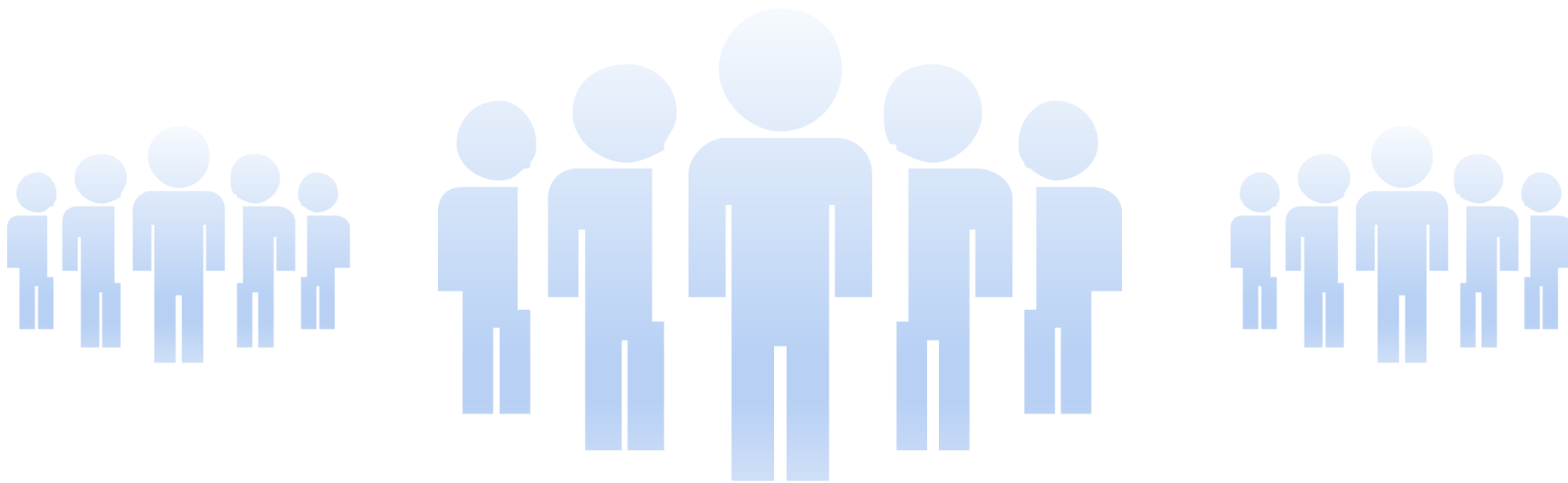
达成共识是缩短距离的最好方式！

沟通意向是走向共识的重要**动力**

沟通方式是达成共识的重要**手段**

沟通效果是检验共识的重要**标准**





6. 群体情感数学模型与分析





群体情感数学模型与分析：二人组合

定义 4

假设两人的情感指数分别为 $k_1 = \frac{a_1}{d_1}$, $k_2 = \frac{a_2}{d_2}$.

其中, $a_1, d_1; a_2, d_2$ 分别是两人对对方的情感度和距离, 则该两人组合的“情感场”的情感指数定义为

$$k = \rho k_1 \cdot k_2 = \rho \frac{a_1 a_2}{d_1 d_2},$$

其中,

$$\rho = \begin{cases} 1, & a_1, a_2 > 0 \text{ 或 } a_1 a_2 < 0, \quad a_1 + a_2 < 0, \\ 0, & a_1 a_2 = 0 \text{ 或 } a_1 + a_2 < 0, \\ -1, & a_1, a_2 < 0 \text{ 或 } a_1 a_2 < 0, \quad a_1 + a_2 > 0. \end{cases} \quad \rho \text{ 称为情感系数.}$$

同样, $k > 0$ 称为快乐指数, $k < 0$ 称为痛苦指数, $k = 0$ 称为平淡指数.





群体情感数学模型与分析：二人组合

$$\begin{aligned} \text{快乐} \Leftrightarrow k > 0 \Leftrightarrow & \begin{cases} \text{双方都有包容度,} & a_1, a_2 > 0, \\ \text{包容度大于伤害度,} & a_1 a_2 < 0, a_1 + a_2 > 0. \end{cases} \\ \text{痛苦} \Leftrightarrow k < 0 \Leftrightarrow & \begin{cases} \text{双方都是伤害度,} & a_1, a_2 < 0, \\ \text{伤害度大于包容度,} & a_1 a_2 < 0, a_1 + a_2 < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

特别地，当 $d_1 = d_2 = d$ 时， **两人三观完全契合**

$$k = \rho k_1 \cdot k_2 = \rho \frac{a_1 a_2}{d^2}. \quad \text{形式上和万有引力定律一样!}$$

多么神奇的巧合啊！这充分说明：**人与自然是辩证统一的关系**，两者相互联系、相互依存、相互渗透。人由自然进化而来，其本身就是自然界的一部分，人的**情感场**也必然要遵守自然的法则和规律！





群体情感数学模型与分析：二人组合

定理 6.1

1. 二人场是快乐的，当且仅当双方都具有包容度，或者一方包容度足够大。

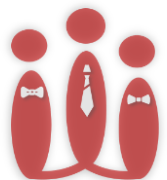
$$\text{快乐} \Leftrightarrow k > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{双方都有包容度}, & a_1, a_2 > 0, \\ \text{包容度大于伤害度}, & a_1 a_2 < 0, a_1 + a_2 > 0. \end{cases}$$

2. 二人场是痛苦的，当且仅当双方都具有伤害度，或者一方伤害度足够大。

$$\text{痛苦} \Leftrightarrow k < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{双方都是伤害度}, & a_1, a_2 < 0, \\ \text{伤害度大于包容度}, & a_1 a_2 < 0, a_1 + a_2 < 0. \end{cases}$$

3. 两人组合的“情感场”的情感度和距离的基础就是两个人的三观和行为习惯。因此，三观和行为习惯越趋近，距离就越小，情感度的包容度就越大，情感场的快乐就越多。反之，情感场的痛苦就越多。





群体情感数学模型与分析：3人组合

定义 5

三人组合的情感问题 = 三体问题：一个三口之家/三人组合。

N 人组合的情感问题 = N 体问题：一个五口之家/一个单位。

三体问题是天体力学中的基本力学模型。它是指三个质量、初始位置和初始速度都是任意的可视为质点的天体，在相互之间万有引力作用下的运动规律问题。

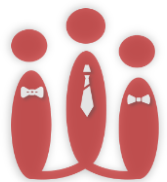
三人工作小组

三人情感小组

三人学习小组

三人求生小组





群体情感数学模型与分析：3人组合

地球人类文明和三体文明的信息交流、生死搏杀及两个文明
在宇宙中的兴衰历程。

《三体》 2006. 5

《三体2：黑暗森林》 2008. 5

《三体3：死神永生》 2010. 11

第73届雨果奖最佳长篇小说奖

新中国70年70部长篇小说典藏

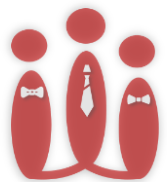
《教育部基础教育课程教材发展中心

中小学生阅读指导目录（2020年版）》高中段文学阅读



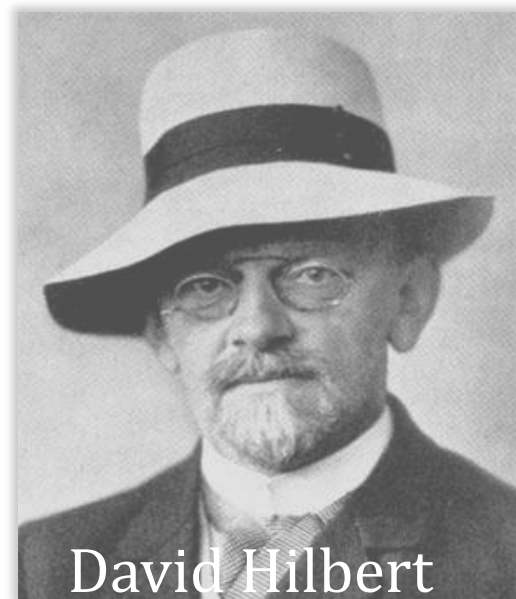
刘慈欣

来自百度



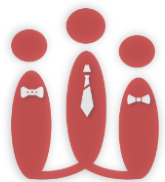
群体情感数学模型与分析：3人组合

“三体问题”是二十世纪最伟大的数学家希尔伯特 (D. Hilbert) 在第一次世界数学家大会 (1900年) 著名的演讲中提出了23个困难的数学问题中作为佐证的例子之一 (还有一个是Férmát大定理)。



David Hilbert

在一百年多年后回顾，这两个问题对于20世纪数学的整体发展所起的作用是非常大的。



群体情感数学模型与分析：3人组合

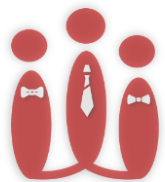
一般三体问题中，每一个天体在其他两个天体的万有引力作用下的运动方程都可以表示成3个二阶的常微分方程，

$$\begin{cases} m_i \ddot{x}_i = \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{r_{ji}^3} (x_j - x_i) \\ m_i \ddot{y}_i = \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{r_{ji}^3} (y_j - y_i) \\ m_i \ddot{z}_i = \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{r_{ji}^3} (z_j - z_i) \end{cases} \quad \begin{array}{l} i=1, 2, 3. \\ r_{ji} \text{ 表示} \\ x_i \text{ 与 } x_j \text{ 的距离 } (i \neq j). \end{array}$$

或6个一阶的常微分方程。因此，一般三体问题的运动方程为16阶方程，必须得到18个积分才能得到完全解。然而，目前还只能得到三体问题的16个积分，因此还远不能解决三体问题。由此可见，

一个三人组合相当于一个更为复杂的、难以解决的“三体问题”。





群体情感数学模型与分析：3人组合

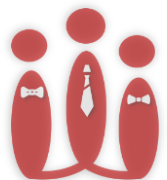
定义 4

设 $\vec{K} = (k_1, k_2, k_3)$ 为三人组合的情感场， k_i 为三人情感指数， a_i 为三人的情感度
 ρ_{ij} 和 d_{ij} 表示第 i 个人和第 j 个人的情感系数和情感距离， $i, j = 1, 2, 3$.

则情感场 \vec{K} 满足如下方程组：

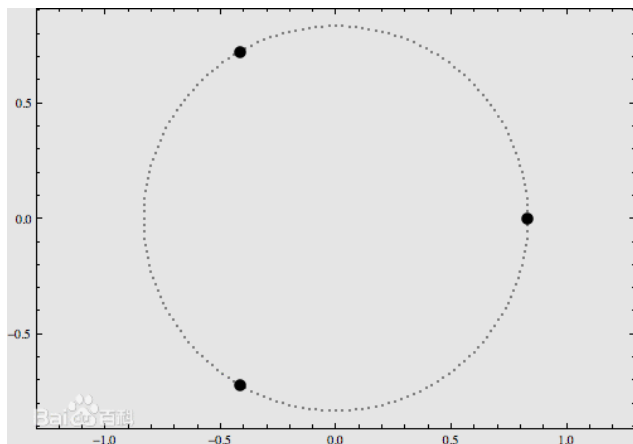
$$\begin{cases} a_i \ddot{k}_{1i} = \sum_{j \neq i} \rho_{ij} \frac{a_i a_j}{d_{ij}^3} (k_{1j} - k_{1i}), \\ a_i \ddot{k}_{2i} = \sum_{j \neq i} \rho_{ij} \frac{a_i a_j}{d_{ij}^3} (k_{2j} - k_{2i}), \quad i = 1, 2, 3. \\ a_i \ddot{k}_{3i} = \sum_{j \neq i} \rho_{ij} \frac{a_i a_j}{d_{ij}^3} (k_{3j} - k_{3i}). \end{cases}$$



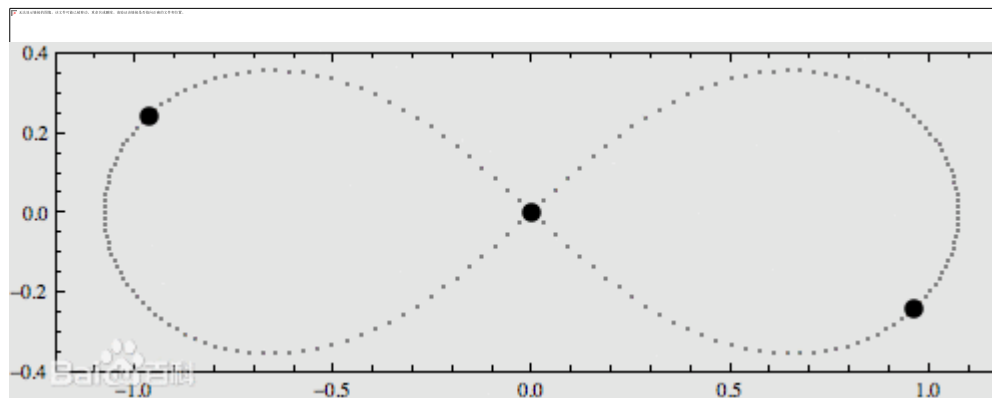


群体情感数学模型与分析：3人组合

要发现三体问题的周期性特解绝非易事——自“三体问题”被确认以来的300多年中，人们只找到了3族周期性特解.可以被归结为下面3族：

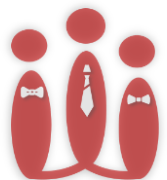


拉格朗日-欧拉族



“8”字形族





群体情感数学模型与分析：3人组合

布鲁克-赫农族的解比较复杂，两个天体在里面横冲直撞，第三个天体在它们外围做环绕运动。

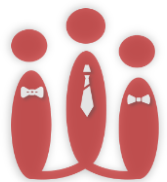
科学的告诫：此类事不能做！



因为就像 $x^2 + 1 = 0$ 一样！



现实中无解



群体情感数学模型与分析：3人组合

1878年，美国数学家R. Hill (1838-1914) 发表文章，月球近地点运动具有周期性。Hill的工作引起了Poincaré对三体运动的极大兴趣。三体运动方程组是无法求解的，类似于Hill，Poincaré将一般的三体问题简化为“限制性三体问题”，即其中一个天体的质量可以忽略不计（地球、月球和人造卫星或者火箭就是限制性三体问题）。



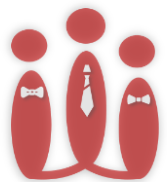
希尔



庞加莱

Poincaré的研究表明，限制性三体问题也无法得到精确解，于是他就开始了定性研究。由此开创了微分方程定性理论的研究方向。Poincaré的工作发现了长时间行为的不稳定性——即混沌的现象！





群体情感数学模型与分析：3人组合

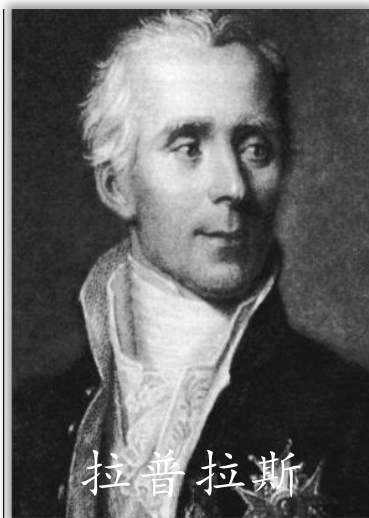
其实，三体运动已经是对实际物理简化得很厉害了，比如说对质点，球体自转、形状已经统统不考虑了，然而即使是这样，Newton、Lagrange、Laplace、Poisson、Jacobi、Poincaré等等大师们为这个问题穷尽精力，也未能将它攻克。



牛顿



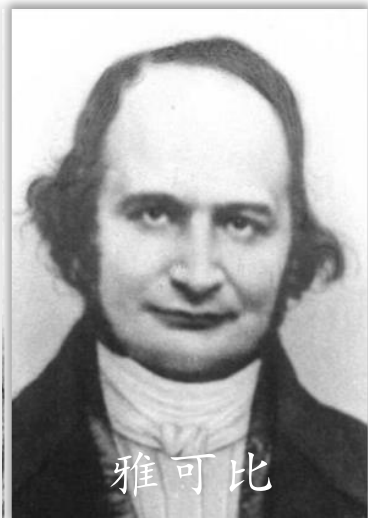
拉格朗日



拉普拉斯



泊松

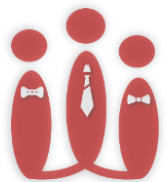


雅可比



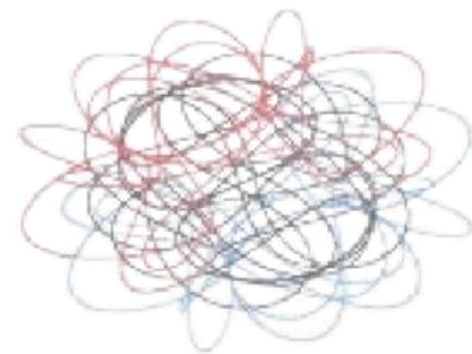
庞加莱

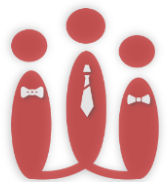




群体情感数学模型与分析：3人组合

进入本世纪,塞尔维亚物理学家米洛万·舒瓦科夫和迪米特拉·什诺维奇发现了新的13组特解.他们在《物理评论快报》上发表了论文,描述了他们的寻找方法:运用计算机模拟,先从一个已知的特解开始,然后不断地对其初始条件进行微小的调整,直到新的运动模式被发现.这13组特解非常复杂,在抽象空间“形状球”中,就像一个松散的线团.





群体情感数学定义与分析： N 人组合

$N(\geq 3)$ 体运动十分复杂，通常表现出混沌状态，
其拓扑结构也十分复杂，更不得其解了。

小到一个家庭 大到一个机构

不可能事事清晰 不可能处处明白

大处讲规则 小处装糊涂

才能享受难得糊涂自得怡然的快乐

这何尝不是人生最快乐的风景？



读过的才是 **书** 

走过的才是 **路** 

 爱过的才是 **情**

 经过的才是 **美**

希

望

亲爱的朋友们

善待朋友 善待社会 善待工作 善待家人 善待自己

祝
福

亲爱的朋友们

快乐每一天 快乐每一事 快乐每一人 快乐这一生



谢谢



大家

